

سوالات محاسبات عددی

نوشین موحدیان عطار

۲۵ شهریور ۱۳۹۳

۱ سری اول سوالات روشهای محاسبات عددی : خطاها

آخرین مهلت تحویل جواب سوالات ستاره دار: ۱۸/۷/۹۰

سوال ۱ اعداد زیر را به صورت علمی بنویسید:

$$0/000207, 10\sqrt{2}, \frac{200}{3}, 87000$$

سوال ۲ معین کنید هریک از اعداد زیر چند رقم بامعنا دارند:

$$2/710, 0/0010, 14/02, 3/920$$

سوال ۳ هریک از اعداد زیر را تا ۳ رقم اعشار: الف) قطع کنید. ب) گرد کنید:

$$1/3478, 9/845001, 2/3465, 98/0045001, 1/9997, \frac{\pi}{11}, \frac{e}{9}$$

سوال ۴ هریک از اعداد زیر را تا ۴ رقم بامعنا: الف) قطع کنید. ب) گرد کنید:

$$0/0078342, \frac{\sqrt{3}}{4}, 1/0028, \frac{\pi}{10}$$

سوال ۵ خطای کل تابع $f(x, y, z) = xyz^3$ را برای مقادیر $x = 3/4$ و $y = \pi$ و $z = \sqrt{2}$ با چهار رقم اعشار بیابید.

سوال ۶ تقریبی از $\sqrt{3}$ و $\sqrt{7}$ ارائه دهید که خطای نسبی آنها از 10^{-4} کمتر باشد.

سؤال ۷ اگر اعداد را تا چهار رقم اعشار گرد کنیم $e^3/\sqrt{3}$ را محاسبه و یک خطای مطلق حدی برای آن بیان کنید.

سؤال ۸ اگر اعداد را تا چهار رقم اعشار گرد کنیم $2\sqrt{3} + \pi\sqrt{5}$ و $2\sqrt{3}/\pi\sqrt{5}$ را محاسبه و یک خطای مطلق حدی برای آن بیان کنید.

سؤال ۹ اگر اعداد را تا چهار رقم اعشار گرد کنیم مساحت کره به شعاع $\sqrt{7}$ را محاسبه و یک خطای مطلق حدی برای آن بیان کنید.

سؤال ۱۰ (*) تعداد جملات مورد لزوم برای بسط مک لورن تابع $f(x) = e^x$ را طوری بیابید که برای تمام x های بین صفر و یک دقت $5D$ حاصل شود.

سؤال ۱۱ (*) مقدار $\ln(1/5)$ را با دقت 10^{-2} محاسبه کنید.

سؤال ۱۲ (*) یک راه برای محاسبه $\sin x - \tan x$ بیابید که بدون از دست دادن بی جهت ارقام بامعنا این محاسبه انجام شود.

سؤال ۱۳ (*) برای محاسبه $(\sqrt{2} - 1)^2$ عبارتی را بیابید که بهترین تقریب را داشته باشد.

۲ سری دوم سوالات روشهای محاسبات عددی : حل عددی معادلات

آخرین مهلت تحویل جواب سوالات ستاره دار: ۲/۸/۹۰

سؤال ۱۴ در مسائل زیر تقریبی از ریشه معادلات $f(x) = 0$ را با استفاده از رسم نمودار منحنی هر معادله به دست آورید. سپس با استفاده از تقریب اولیه به دست آمده از روی شکل با روش دوبخشی تقریب دقیقتری برای ریشه به دست آورید به طوری که $|f(x)| < 10^{-4}$

$$f(x) = x^3 + 3x - 1 \quad (۱)$$

$$f(x) = x \ln x - e^x + 4 \quad (۲)$$

$$f(x) = x^3 - e^{-x} \quad (۳)$$

سؤال ۱۵ سوال ۱۴ را با روش نابجایی حل کنید.

سؤال ۱۶ یک ریشه معادله $2x^3 + x^2 - 20x + 12 = 0$ در فاصله $[0, 1]$ قرار دارد. با به کار بردن روش نابجایی پنجمین تقریب ریشه را به دست آورید.

سؤال ۱۷ برای یافتن ریشه مثبت معادله $x^2 - x - 1 = 0$ با ۳ رقم اعشار از روش نابجایی استفاده کنید.

سؤال ۱۸ تقریبی از ریشه معادله $x^2 - \sin x = 0$ را با ۳ رقم اعشار و با استفاده از روش نیوتن به دست آورید. برای تعیین اولیه x_0 از نمودار استفاده کنید.

سؤال ۱۹ با استفاده از روش نیوتن سوال ۱۴ را حل کنید.

سؤال ۲۰ معادله $x^3 - 0/39x^2 - 10/5x - 11 = 0$ دارای یک ریشه بین ۲ و ۳ است. با استفاده از روش نیوتن و با ۴ رقم اعشار تقریبی از این ریشه به دست آورید.

سؤال ۲۱ با $x_0 = -0/6$ و روش تکرار ساده تقریبی از ریشه منفی $0/5$ به دست آورید. (راهنمایی: بایستی ریشه های $F(x) = x^2 - 0/5$ را به دست آوریم. قرار دهید $x = x^2 + x - 0/5$)

سؤال ۲۲ نشان دهید که $x^3 - 8/34x^2 + 13/304x + 2/841 = 0$ ریشه ای نزدیک $x = 6$ دارد و به کمک روش نیوتن این ریشه را با دقت ۴ رقم اعشار حساب کنید.

سؤال ۲۳ معادله $x - 0/2 \sin x - 0/5 = 0$ دارای یک ریشه مثبت بین $0/5$ و ۱ می باشد. با به کار بردن روش های زیر و با دقت 10^{-3} مقدار این ریشه را محاسبه کنید. روش دویخشی، روش نابجایی و روش نیوتن.

سؤال ۲۴ در هریک از معادلات زیر $g(x)$ و $[a, b]$ را به گونه ای تعیین کنید که روش تکرار ساده به یک جواب مثبت معادله همگرا باشد.

الف) $3x^2 - e^x = 0$
ب) $x - \cos x = 0$

سؤال ۲۵ (*) فرض کنید $f(x) = 0$ را به صورت $x = g(x)$ نوشته ایم و در بازه $[a, b]$ شامل α (ریشه معادله $f(x) = 0$) داریم $|g'(x)| \leq \beta < 1$. اگر x_0 نقطه ای در این بازه باشد و $\{x_n\}$ از رابطه $x_{n+1} = g(x_n)$ محاسبه شود ثابت کنید:

الف) اگر در بازه $[a, b]$ $g'(x) > 0$ ، آنگاه دنباله $\{x_n\}$ یکنواست و

$$|x_{n+1} - \alpha| \leq \frac{L}{1-L} |x_{n+1} - x_n|$$

ب) اگر در بازه $[a, b]$ $g'(x) < 0$ ، آنگاه جملات متوالی دنباله $\{x_n\}$ در دو طرف α قرار دارند و

$$|x_{n+1} - \alpha| \leq \frac{L}{1+L} |x_{n+1} - x_n|$$

سؤال ۲۶ (*) با استفاده از سوال ۲۵ تقریبی از ریشه مثبت معادله $x^2 + x - 1 = 0$ با فرض $x_0 = 1$ و $g(x) = \frac{1}{x+1}$ حساب کنید به طوری که $|x_n - \alpha| < 5 \times 10^{-3}$.

۳ سری سوم سوالات روشهای محاسبات عددی : درونیابی و برونیابی

آخرین مهلت تحویل جواب سوالات ستاره دار: ۱۶/۸/۹۰

سؤال ۲۷ اگر مقدار تابع در نقطه x_0 برابر f_0 و در x_1 برابر f_1 باشد چندجمله ای درونیاب f را در نقاط x_0 و x_1 بیابید و به کمک آن تخمینی از $f(\frac{x_0+x_1}{2})$ به دست آورید.

سؤال ۲۸ در جدول زیر تقریبی از $f(-\frac{1}{2})$ و $f(\frac{3}{2})$ برآورد کنید.

x_i	-1	0	1	2
f_i	-2	-1	0	7

سؤال ۲۹ درجه چندجمله ای مربوط به تابع جدولی زیر را حساب کنید:

x_i	0	1	2	3	4	5
f_i	3	2	7	24	59	118

سؤال ۳۰ برای تابع جدولی زیر مقادیر $f[-1, 1, 2]$ و $f[1, 2, 3]$ را محاسبه کنید:

x_i	-1	1	2	3
f_i	-1/1	3/2	1/2	31/2

سؤال ۳۱ تابع $\cos x$ را با چه اندازه گام h باید جدول بندی کرد تا خطای حاصل از درونیابی نابیشتر از $\frac{1}{2} \times 10^{-4}$ گردد.

سؤال ۳۲ تابع $\sin x$ را با چه اندازه گام h باید جدول بندی کرد تا خطای حاصل از درونیابی نابیشتر از $\frac{1}{2} \times 10^{-6}$ گردد.

سؤال ۳۳ با استفاده از تفاضلات تقسیم شده نیوتن چندجمله ای درجه سوم را بر حسب y چنان بسازید که در $y = 0, 1, 16, 81$ بر $x = \sqrt[4]{y}$ منطبق شود. مقدار چندجمله ای را برای $y = 64$ حساب کنید.

سؤال ۲۴ چندجمله ای درونیاب نیوتن را برای جدول زیر تعیین کنید:

x_i	0	1	2	7
f_i	51	3	1	201

سؤال ۲۵ چندجمله ای درونیاب تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ را یکبار در نقاط ۱ و ۸ و ۲۷ و یکبار در نقاط ۰ و ۱ و ۸ و ۲۷ به دست آورید. چندجمله ای اول را با $p_1(x)$ و چندجمله ای دوم را $p_2(x)$ بنامید. $p_1(14)$ و $p_2(14)$ را محاسبه کنید. چرا خطای $p_2(14)$ از خطای $p_1(14)$ بیشتر است؟

سؤال ۲۶ (*) ثابت کنید که اگر f یک چندجمله ای از درجه k باشد آنگاه برای $n > k$ داریم:

$$f[x_0, \dots, x_n] = 0$$

سؤال ۲۷ (*) فرض کنید $f \in C^2[x_0, x_1]$ و تابع خطی $p_1(x)$ تابع f را در نقاط x_0 و x_1 درونیابی کند. نشان دهید

$$|f(x) - p_1(x)| \leq \frac{h^2}{8} M$$

که $h = x_1 - x_0$ و $M = \max\{|f''(x)| | x_0 \leq x \leq x_1\}$

سؤال ۲۸ (*) فرض کنید $i = 0, \dots, n$ ، $L_i(x)$ چندجمله ایهای لاگرانژ متناظر با نقاط متمایز x_0, \dots, x_n باشند. ثابت کنید

$$\sum_{i=0}^n L_i(x) = 1 \quad \text{الف)}$$

$$\text{ب) } \sum_{i=0}^n L_i(x) x_i^k = x^k, \quad \forall x, \quad \forall k \geq n$$

سؤال ۲۹ (*) به کمک چندجمله ای درونیاب $f(x) = x^2 + 1$ کسر $\frac{x^2+1}{x(x-1)(x-2)(x-3)}$ را تجزیه کنید.

سؤال ۴۰ برای داده های زیر خط حداقل مربعات را به دست آورید.

x	0/25	0/32	0/98	1/15	1/58
y	0/17	1/2	2/72	3/1	3/78

سؤال ۴۱ برای داده های زیر خط حداقل مربعات را به دست آورید سپس برای به دست آوردن برازش بهتر یکی از داده ها را در نظر بگیرید.

x	-5	-1	3	8	11
y	-2	0	6	12	9

سؤال ۴۲ جدول داده شده در سوال ۴۰ را با چندجمله ای درجه دو برازش کنید.

سؤال ۴۳ جدول داده شده در سوال ۴۱ را با یک منحنی به شکل $P(x) = Ae^{Mx}$ برازش کنید

سؤال ۴۴ جدول زیر را با یک منحنی هذلولی به شکل $y = \frac{1}{a_0 + a_1x}$ برازش کنید .

x	2	4	6	8	10	12
y	5	9	17	14	16	15

سؤال ۴۵ تقریب کمترین مربعات تابع جدولی زیر را به فرم $y = (a_0 + a_1x)^2$ به دست آورید.

x	0	1	2	4
y	0/25	0/46	0/64	1

سری چهارم سوالات روشهای محاسبات عددی : مشتگیری و انتگرالگیری عددی

آخرین مهلت سوالات ستاره دار : ۲۲/۹/۹۰

سوال ۴۶ مقدار مشتق تابع $f(x) = e^x + \cos x$ را در نقطه $x = 2$ با استفاده از فرمولهای مشتگیری دو نقطه ای و سه نقطه ای و با $h = 0.5$ بیابید و آن را با مقدار واقعی مشتق مقایسه کنید.

سوال ۴۷ تابع جدولی زیر مفروض است. مقدار $f''(2)$ $f'(2)$ $f'(0)$ را بیابید.

x_i	0	1	2	3
f_i	2.967	3.26	4.93	5.06

سوال ۴۸ مقدار مشتق دوم تابع $f(x) = x^3 \tan^{-1}(x)$ را به ازای $h = 0.5$ در نقطه $x = 5$ با استفاده از فرمول به دست آمده برای مشتق دوم محاسبه کنید.

سوال ۴۹ مشتق اول تابع داده شده در سوال قبل را با استفاده از فرمول $f'(x_i + \frac{h}{2})$ به دست آورید.

سوال ۵۰

سوال ۵۱ مقدار مشتق تابع $f(x) = \frac{x}{\tan x}$ را با استفاده از فرمول مشتگیری سه نقطه ای و فرمول $f'(x_i + \frac{h}{2})$ در نقطه $x = 2$ و با $h = 0.25$ به دست آورده و با مقدار واقعی مقایسه کنید.

سوال ۵۲ تابع جدولی زیر مفروض است. مقدار $f'(x_i + \frac{h}{2})$ را برای $i = 0, \dots, 3$ به دست آورید.

x_i	0.5	1	1.5	2	2.5	3
f_i	1.75	1.98	2.189	2.976	2.5	2.8

سوال ۵۳ تابع زیر را در نظر بگیرید

$$f(x) = \frac{x-1}{2x-1}$$

- (۱) تقریبی برای $f'(1.5)$ بیابید که خطای آن $O(h^2)$ باشد. ($h = 0.1$)
 (۲) تقریبی برای $f'(3)$ بیابید که خطای آن $O(h)$ باشد. ($h = 0.1$)

سؤال ۵۴ مقادیر تابع f به صورت جدول زیر داده شده است:

x_i	1	1.1	1.2	1.3	1.4
f_i	1.218	1.249	1.278	1.305	1.329

(۱) تقریبی برای $f'(1.2)$ بیابید که خطای آن $O(h^2)$ باشد.
 (۲) اگر مقادیر داده شده مربوط به تابع $f(x) = \tan^{-1}(x)$ باشد خطای تقریب را به دست آورید.

سؤال ۵۵ (*) فرض کنید a و $h > 0$ اعداد داه شده باشند و مقدار تابع f در نقاط $a-h$ و $a+h$ معلوم باشد. نشان دهید

$$f'(a+h) \approx \frac{f(a-h) - 4f(a) + 3f(a+h)}{2h}$$

$$f''(a) \approx \frac{f(a-h) - 2f(a) + f(a+h)}{h^2}$$

سؤال ۵۶ (*) مقادیر تابع f به صورت جدول زیر داده شده است:

x_i	0	0.1	0.2	0.3
f_i	0	0.099	0.197	0.291

می دانیم که انحنای منحنی $y = f(x)$ در نقطه x از فرمول زیر به دست می آید:

$$\kappa(x) = \frac{|f''(x)|}{[1 + (f'(x))^2]^{\frac{3}{2}}}$$

به کمک سوال قبل مقدار تقریبی $\kappa(0.2)$ را به دست آورید.

سؤال ۵۷ مقدار $\int_0^5 \frac{x^5}{5} dx$ را با استفاده از روش ذوزنقه ای به ازای $h = \frac{1}{4}$ و $\frac{1}{2}$ به دست آورید.

سؤال ۵۸ مقدار $\int_0^2 \sqrt[3]{x^2} dx$ را یکبار توسط $S(0.25)$ و یکبار با فرمول گاوس دونقطه ای به دست آورید.

سؤال ۵۹ مقدار $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x dx$ را با روش سیمپسون و با $h = \frac{\pi}{8}$ و $h = \frac{\pi}{16}$ به دست آورید.

سؤال ۶۰ مقدار $\int_0^1 \frac{1}{x^2+1} dx$ را یکبار با روش ذوزنقه ای و یکبار با روش سیمپسون با $h = 0.5$ به دست آورید و نتایج را با مقدار واقعی انتگرال مقایسه کنید.

سؤال ۶۱ با روش نیوتن کاتس ۴ نقطه ای مقدار $\int_0^{\frac{\pi}{6}} x^2 \sec^2 x dx$ را تقریب بنزید.

سؤال ۶۲ با روش نیوتن کاتس ۴ نقطه ای مقدار $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x dx$ را به دست آورده و با مقدار واقعی مقایسه کنید.

سؤال ۶۳ مقدار $\int_0^{1.5} e^x \sin x dx$ را با روش نیوتن کاتس و $h = \frac{1}{4}$ به دست آورید.

سؤال ۶۴ مقدار $\int_0^1 \frac{1}{x^2+1} dx$ را با روش گاوس دو نقطه ای به دست آورید.

سؤال ۶۵ مقدار $\int_0^2 x \tan^{-1} x dx$ را با روش گاوس دونقطه ای و ۳ نقطه ای به دست آورید.

سؤال ۶۶ مقدار $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx$ را با روش گاوس دونقطه ای و ۳ نقطه ای به دست آورید و با مقدار واقعی مقایسه کنید.

سؤال ۶۷

سؤال ۶۸ (*) می دانیم که محیط بیضی $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$ از رابطه

$$L = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{d^2 \sin^2 t + b^2 \cos^2 t} dt$$

به دست می آید. مقدار تقریبی محیط بیضی را به ازای $a = 2$ و $b = 1$ به دست آورید.

سؤال ۶۹ (*) تابع خطا را که با $ref(x)$ نشان داده می شود به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$ref(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t} dt$$

مقدار $ref(0.5)$ را با استفاده از روش سیمپسون و با طول گام $h = \frac{1}{8}$ به دست آورید.

سؤال ۷۰ (*) دایره ای به شعاع واحد داریم. محیط آن را به n قسمت مساوی تقسیم می کنیم و محیط n ضلعی محدب حاصل را P_n می نامیم. ثابت کنید $P_n = 2n \sin \frac{\pi}{n}$ و با استفاده از بسط \sin نشان دهید

$$2\pi - P_n = \frac{\pi^3}{3} \times \frac{1}{n^2} - \frac{\pi^5}{60} \times \frac{1}{n^4} + \dots$$

و نتیجه بگیرید که اگر $h = \frac{1}{n}$ آنگاه

$$2\pi - P_n = a_2 h^2 + a_4 h^4 + a_6 h^6 + \dots$$

که در آن a_i ها مقادیر ثابت و مستقل از h هستند. تقریبی از 2π به دست آورید که خطای آن کمتر از 10^{-7} باشد.

سری پنجم سوالات روشهای محاسبات عددی : روش های عددی حل معادلات دیفرانسیل

سوال ۷۱ در مسئله زیر تخمینی از $y(0.1)$ به ازای $h = 0.1$ به کمک روش تیلور مرتبه سوم به دست آورید.

$$\begin{cases} y'(x) = ye^{x^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

سوال ۷۲ به روش رانگه-کوتای مرتبه ۴ مقدار $y(0.5)$ را با $h = 0.1$ برای مسئله زیر تقریب بزنید.

$$\begin{cases} y'(x) = 3x^2y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

سوال ۷۳ به روش اویلر $y(0.5)$ مقدار را با $h = 0.1$ برای مسئله زیر تقریب بزنید.

$$\begin{cases} y'(x) = 1 + y^2 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

سوال ۷۴ به روش رانگه-کوتای مرتبه ۲ مقدار $y(0.2)$ را با $h = 0.2$ برای مسئله زیر تقریب بزنید.

$$\begin{cases} y'(x) = 1 - x^2 + 4y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

سوال ۷۵ به روش تیلور مرتبه ۲ مقدار $y(1.1)$ را با $h = 0.1$ برای مسئله زیر تقریب بزنید.

$$\begin{cases} xy' = x - y \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

سوال ۷۶ به روش رانگه-کوتای مرتبه ۲ مقدار $y(0.1)$ را با $h = 0.1$ برای مسئله زیر تقریب بزنید.

$$\begin{cases} y'(x) = x + y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

سوال ۷۷ به روش اویلر مقدار $y(1)$ را با $h = 0.2$ برای مسئله زیر تقریب بزنید.

$$\begin{cases} y'(x) = -xy^2 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

سؤال ۷۸ به روش اویلر مقدار $y(1.2)$ را با $h = 0.1$ برای مسئله زیر تقریب بزنید.

$$\begin{cases} xy' = x^2 - y^2 \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

سؤال ۷۹ با روش رانگه کوتای مرتبه ۴ تقریبی برای $y(0.1)$ و $p(0.1)$ با $h = 0.1$ از دستگاه زیر به دست آورید.

$$\begin{cases} y' = 2p, & y(0) = 1 \\ p' = y + 0.2y^2p, & p(0) = 0 \end{cases}$$

سؤال ۸۰ در معادله دیفرانسیل مرتبه دوم زیر تقریبی برای $y(0.2)$ با $h = 0.1$ و با روش اویلر به دست آورید.

$$y'' + 0.2(y^2 - 1)y' + 2y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

سؤال ۸۱ یک دستگاه معادله دیفرانسیل معادل با معادله دیفرانسیل مرتبه دوم زیر بنویسید.

$$y'' + y' + y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1$$

۱.۵ سوالات ویژه رشته کامپیوتر

سؤال ۸۲ جواب مسئله زیر را در $x = 1$ با طول گام $h = 0.5$ با روش اویلر اصلاح شده به دست آورید.

$$\begin{cases} y'(x) = x^3 + y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

سؤال ۸۳ جواب مسئله زیر را در $x = 0.2$ با طول گام $h = 0.1$ با روش (AB۲) به دست آورید.

$$\begin{cases} y' = \sin x + \sin y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

سؤال ۸۴ جواب مسئله زیر را در $t = 2$ با طول گام $h = 0.5$ با روش: الف) اویلر اصلاح شده ب) (RK۲) ج) (AB۲) به دست آورید.

$$\begin{cases} y' = e^{t^2} - \frac{y}{t} \\ y(1) = \frac{e}{2} \end{cases}$$

جواب تحلیلی مسئله $y = \frac{e^{t^2}}{2t}$ است. جوابهای فوق را با جواب دقیق مقایسه کنید.

سؤال ۸۵ جواب مسئله با مقدار اولیه زیر را در $x = 2$ با طول گام $h = 0.1$ با روش (AB۲) به دست آورید.

$$\begin{cases} y' = x^2 - y^2 \\ y(1.5) = 1.8 \end{cases}$$

۶ سری ششم سوالات روشهای محاسبات عددی : حل دستگاههای معادلات خطی

سوال ۸۶ جواب دستگاه زیر را با روش حذفی گاوس پسر و به دست آورید:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$$

سوال ۸۷ جواب دستگاه زیر را با روش حذفی گاوس پسر و به دست آورید:

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 - x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 4 \end{cases}$$

سوال ۸۸ جواب دستگاه زیر را با روش حذفی گاوس پسر و به دست آورید:

$$\begin{cases} -3x_1 + 9x_2 + x_3 = -1 \\ -4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ -2x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 5 \end{cases}$$

سوال ۸۹ جواب دستگاه زیر را با روش حذفی گاوس پسر و با محورگیری به دست آورید:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ -4x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -3 \\ -2x_1 + 6x_2 + 7x_3 = 15 \end{cases}$$

سوال ۹۰ جواب دستگاه زیر را با روش زاكوبی و با دقت ۳D به دست آورید (قرار دهید $x_0 = (0.5, 1.7, 1.3)$):

$$\begin{cases} -8x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ -3x_1 + 2x_2 - 6x_3 = -3 \end{cases}$$

سوال ۹۱ جواب دستگاه زیر را با روش گاوس سایدل و با دقت ۳D به دست آورید (قرار دهید $x_0 = (0, 0, 1.2)$):

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 1.4 \\ 0.2x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 0.67 \\ 0.75x_1 + 11x_2 + 4.1x_3 = 2 \end{cases}$$

V

سری هفتم سوالات روشهای محاسبات عددی : به دست آوردن مقادیر ویژه ماتریسها

سوال ۹۲ مقادیر ویژه ماتریس زیر را با روش ضرایب نلامعین به دست آورید:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

سوال ۹۳ مقادیر ویژه ماتریس زیر را با روش ضرایب نلامعین به دست آورید:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

سوال ۹۴ مقادیر ویژه ماتریس زیر را با روش ضرایب کریلف به دست آورید:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

مقادیر ویژه ماتریس زیر را با روش ضرایب لوری یر به دست آورید:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

سوال ۹۵ بزرگترین مقدار ویژه ماتریس زیر را از نظر قدر مطلق به روش توانی به دست آورید (قرار دهید $m = 5$):

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix} y = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

سؤال ۹۶ فرض کنید Σ

$$\Sigma \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$